

# Contenido

<b>1 Conferencias Plenarias (<i>Invited Presentations</i>)</b>	<b>7</b>
<b>On Polynomial Solutions to Reverse Engineering Problems,</b> <i>Edward L. Green, Virginia Tech.</i> . . . . .	7
<b>Interactive Critical Point Theory: Internet-based Research and Teaching in Calculus and Differential Geometry,</b> <i>Thomas Banchoff, Brown University.</i> . . . . .	7
<b>Tropical Geometry,</b> <i>Bernd Sturmfels, University of California at Berkeley.</i> . . . . .	7
<b>Geometrical Difficulties for the PDEs of Mechanics,</b> <i>Stuart S. Antman, University of Maryland.</i> . . . . .	8
<b>2 Conferencias Concurrentes (<i>Concurrent Presentations</i>)</b>	<b>8</b>
<b>The Treatment Of Missing Values And Its Effect On Classifier Accuracy,</b> <i>Edgar Acuña and Caroline Rodriguez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	8
<b>Estudio del Comportamiento de una Burbuja dentro del Proceso de Producción de Biodiesel Mediante Mezclado Ultrasónico,</b> <i>Carlos Beltrán y Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.</i> . . . . .	9
<b>Eficiencia y Análisis de Envolvente de Datos,</b> <i>Viviana Anllely Beltrán Ballesteros y Pedro Vásquez Urbano, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.</i> . . . . .	9
<b>Parallel Algorithms for the Evaluation and Interpolation of Polynomials over Finite Fields,</b> <i>Dorothy Bollman and Edusmildo Orozco, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	10
<b>A Sequence Algebra Related to <math>H^\infty</math>,</b> <i>Gabriela Bulancea, Department of Mathematics and Physics, University of Puerto Rico at Cayey.</i> . . . . .	10
<b>Un Modelo Para Olimpiadas De Matemáticas En Puerto Rico,</b> <i>Luis F. Cáceres, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	11
<b>Separation in a category revisited,</b> <i>Gabriele Castellini, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	11

<b>From Energy to Entropy to Emergy,</b> <i>Dennis G. Collins, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	12
<b>Modelo de Simulación y Visualización del Proceso de Mezclado Ultrasonico para la Producción de Biodiesel,</b> <i>Luis De La Torre y Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.</i> . . . . .	12
<b>Pronósticos de SARS para la Ciudad de México,</b> <i>Guillermo Gómez Alcaraz, Facultad de Ciencias, UNAM.</i> . . . . .	13
<b>Infinite Series: A Preliminary Genetic Decomposition,</b> <i>Ana González-Ríos, Gladys DiCristina–Yumet, and Rafael Martínez-Planell, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	14
<b>On Average Running Time Of The Simplex Method For Solving Linear Programming Problems,</b> <i>Puhua Guan, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras.</i> . . . . .	14
<b>Generalizations of Ceva and Menelaus Theorems,</b> <i>René A Hernández Toledo, University of Puerto Rico at Cayey.</i> . . . .	15
<b>Dynamical Systems on <math>\mathbb{Z}_p^n</math>,</b> <i>René A Hernández Toledo, University of Puerto Rico at Cayey.</i> . . . .	15
<b>Periodic Solutions to Second Order Differential Equations in Banach spaces,</b> <i>Valentin Keyantuo, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras,</i> <i>Carlos Lizama, Departamento de Matemáticas, Universidad de Santiago de Chile.</i> . . . . .	16
<b>How to catch the spectrum?,</b> <i>Alan Krautstengl, Institute of Finance and Administration, Czech Republic.</i> . . . . .	16
<b>Eficiencia de los Métodos de Imputación en los Puntos de Corte Obtenidos Mediante la Curva ROC y la Tasa de Error de Clasificación en un Modelo de Regresión Logística Múltiple,</b> <i>Víctor López Vázquez and Julio Quintana Díaz, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	17
<b>On Order Restricted Inferences,</b> <i>Edgardo Lorenzo, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.</i> . . . . .	17

<b>An Optimization Algorithm for a Distributed-Loop Model of an Avian Urine Concentrating Mechanism,</b> <i>Mariano Marcano, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras,</i> <i>Harold E. Layton, Department of Mathematics, Duke University,</i> <i>Anita T. Layton, Department of Mathematics, University of North Carolina. . . . .</i>	18
<b>Mapping Ecological Variables in the Phosphorescent Bay,</b> <i>Daniel McGee, Alfredo SanJuan, and Juan Gonzalez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez. . . . .</i>	18
<b>Aproximación de Primas de Reaseguro,</b> <i>Yohanna Mesa Barrameda, Concordia University y Triple-S Inc. . . . .</i>	19
<b>Códigos Cíclicos de Múltiples Raíces,</b> <i>Leonardo Morales, Universidad de Puerto Rico en Ponce. . . . .</i>	19
<b>Improvement of Ax–Katz’s and Moreno-Moreno’s Results,</b> <i>Oscar Moreno and Francis N. Castro, Department of Mathematics and Computer Science, University of Puerto Rico at Rio Piedras. . . . .</i>	20
<b>El Efecto de Utilizar Representaciones Múltiples en un curso de precálculo,</b> <i>Edwin Morera González, Departamento de Matemática y Física, Universidad de Puerto Rico en Cayey. . . . .</i>	20
<b>Generalized Gröbner Bases and Coding Theory,</b> <i>Ed Mosteig, Department of Mathematics, Loyola Marymount University, Los Angeles. . . . .</i>	21
<b>The Nonlinear Brachistochrone Problem with Friction,</b> <i>Pablo V. Negrón–Marrero and Bárbara L. Santiago–Figueroa, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao. . . . .</i>	21
<b>A Problem in Finite Dynamical Systems,</b> <i>Edusmildo Orozco and Dorothy Bollman, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez. . . . .</i>	22
<b>Bayesian Statistical Model Determination and Prediction: Bayes Factors, Posterior Model Probabilities and Applications to Bioinformatics and the Environment,</b> <i>Luis Raúl Pericchi, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Rio Piedras. . . . .</i>	23
<b>Kripke models of first–order theories,</b> <i>Tomasz Polacik, University of Silesia, Katowice, Poland. . . . .</i>	24

<b>Optimización del proceso de producción de biodiesel usando mezclado ultrasónico,</b> <i>Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	24
<b>Proyecto AlACiMa: Oportunidad para la investigación en el aprendizaje de ciencias y matemáticas,</b> <i>Ana Helvia Quintero, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras. . . . .</i>	24
<b>La Sistemodinámica y las Ecuaciones Diferenciales con Retardo,</b> <i>Elio Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Humacao. . . . .</i>	25
<b>On Killing vector fields - generalization of previous results,</b> <i>Krzysztof Róźga and Maider Marin, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez. . . . .</i>	26
<b>Interleavers for Turbo Codes Constructed Using Dickson Polynomials,</b> <i>Ivelisse Rubio, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao,</i> <i>Carlos J. Corrada-Bravo, Department of Computer Science, University of Puerto Rico at Río Piedras. . . . .</i>	26
<b>De la investigación a la práctica: Dificultades de los niños con el concepto de área,</b> <i>Norberto R. Sanfiorenzo, Departamento de Educación, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras. . . . .</i>	27
<b>Topological Euler Equations And Diffeomorphism Groups,</b> <i>Rudolf Schmid, Department of Mathematics, Emory University, Atlanta, GA. . . . .</i>	27
<b>Mesoelastic Deformation with Strain Singularities,</b> <i>Lev Steinberg, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez. . . . .</i>	28
<b>An improvement toward a noncomputational proof for the Cut Number of the 5-Cube,</b> <i>Lida Uribe and M. Reza Emamy-K., Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Río Piedras. . . . .</i>	28
<b>Automatic Dimensional Analysis with Computer Algebra System Mathematica,</b> <i>Alexander Urintsev, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez. . . . .</i>	29

<b>Ensamblaje de Clasificadores en Bases de Datos de Gran Tamaño,</b> <i>Santiago Velasco Forero, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	30
<b>Propiedades de divisibilidad en anillos de polinomios sobre un UFD,</b> <i>José A. Vélez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	30
<b>Classification of Maximal Tori in Semi-Simple Algebraic Groups,</b> <i>Uroyoán R. Walker Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	31
<b>Incentivando la Redacción y el Análisis en las Clases de Matemáticas,</b> <i>Uroyoán R. Walker Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	31
<b>3 Afiches (Posters)</b>	<b>32</b>
<b>Analysis of the Dispersion and Spreading Properties of Interleavers for Turbo Codes,</b> <i>Carlos Fernando Avenancio León, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao. . . . .</i>	32
<b>Simulación del Proceso de Mezclado Ultrasónico para la Producción de Biodiesel,</b> <i>Carlos Beltrán y Luis De La Torre, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	32
<b>Solute Flow in a Two-dimensional Channel with Water-permeable Walls,</b> <i>Anatoliy Chornyy, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras. . . . .</i>	33
<b>Zig-Zag Product in Graphs and Tensor Product in Matrices: Expansions and Applications,</b> <i>Qi Guo, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras. . . . .</i>	33
<b>Simulación de la Distorsión Atmosférica en un Frente De Onda,</b> <i>Julio César León Téllez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez. . . . .</i>	34
<b>Properties Of A Type Of Permutations Over Finite Fields,</b> <i>Yara B. Luis and Luis O. Pérez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao. . . . .</i>	35

<b>Thermodynamics in Sea–Ice,</b> <i>Isha M. Renta López, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez. . . . .</i>	35
<b>Simulación y Visualización de la Navegación de las Abejas Utilizando OpenGL,</b> <i>Heriberto A. Tirado, Yetzenia Alicea, y Oliver Pérez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Humacao. . . . .</i>	36
<b>Un Modelo Matemático para Simular la Dispersión de Solute en un Tubo Renal,</b> <i>Lourdes Vázquez Cruz, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras. . . . .</i>	36
<b>4 Sesión Especial para Maestros de Nivel Pre–Universitario: Investigación en la Sala de Clases (<i>Special Session for Pre–College Teachers: Research in the Classroom</i>)</b>	<b>37</b>
<b>Las funciones desde otro punto de vista,</b> <i>Noemí Borrero Sánchez, Escuela Superior Luis Muñoz Marín, Yauco, P.R. . . . .</i>	37
<b>El Uso de Actividades de Laboratorio en el Concepto Función,</b> <i>Analise Colón Berríos, Cayey, P.R. . . . .</i>	38
<b>Comparar el uso de modelos tecnológicos y no tecnológicos en la visualización de medidas angulares,</b> <i>Ermer Oscar Díaz Vélez, Colegio De La Salle, Bayamón, P.R. . . . .</i>	39
<b>Desarrollando el concepto Función mediante el uso del Razonamiento Inductivo,</b> <i>Raúl E. Marrero Luna, Escuela Superior Pablo Colón Berdecía, Barranquitas, PR. . . . .</i>	39
<b>Geometría a través del descubrimiento,</b> <i>María de L. Plaza Boscana, Escuela Superior Carmen Belén Veiga Juana Díaz, P.R. . . . .</i>	39
<b>Índice de Presentadores</b>	<b>40</b>

# 1 Conferencias Plenarias (*Invited Presentations*)

## On Polynomial Solutions to Reverse Engineering Problems

*Edward L. Green, Virginia Tech.*

*Salón (Room): Anfiteatro Morales Carrión (MC)*

*Viernes (Friday): 4:00–4:50PM*

In this talk I will discuss the problem of finding functions that provide a solution to time-series data. I will assume that the number of nodes from which data is collected is much larger than the number of times data can be collected, as is the case, in many biological experiments. If one discretizes the data and works over a finite field, I show how polynomial solutions over the finite field relate to polynomial solutions over the real numbers. I will present linear methods for finding solutions which should provide a more efficient algorithms than those using Gröebner bases. I will also discuss the value of information obtained from polynomial solutions.

## Interactive Critical Point Theory: Internet-based Research and Teaching in Calculus and Differential Geometry

*Thomas Banchoff, Brown University.*

*Salón (Room): Anfiteatro Morales Carrión (MC)*

*Viernes (Friday): 7:45–8:35PM*

Critical Point Theory first arises in multivariable calculus, then extends to the topology of surfaces and the Gauss-Bonnet Theorem, and ultimately leads to the geometry of characteristic classes for surfaces in three- and four-dimensional space. Recently developed powerful and accessible software on the Internet makes it possible for students and mathematicians to explore these geometric phenomena in courses at all levels and in research collaborations and electronic publications.

## Tropical Geometry

*Bernd Sturmfels, University of California at Berkeley.*

*Salón (Room): Anfiteatro Morales Carrión (MC)*

*Sábado (Saturday): 9:30–10:20AM*

Tropical geometry is the geometry of the tropical semiring (min-plus-algebra). Its objects are polyhedral cell complexes which behave like complex algebraic varieties. We give an introduction to this theory, with an emphasis on plane curves and linear spaces, and we discuss applications in algebraic statistics.

## Geometrical Difficulties for the PDEs of Mechanics

*Stuart S. Antman, University of Maryland.*

*Salón (Room): Anfiteatro Morales Carrión (MC)*

*Sábado (Saturday): 1:30–2:20PM*

Problems in the classical field theories of physics, namely, solid and fluid mechanics, thermodynamics, electricity and magnetism, and relativity, are typically governed by (nonlinear) partial differential equations or by more complicated equations. Each of these theories has a rich and subtle structure. Perhaps the conceptually simplest theory is that of continuum mechanics, which describes the motion of deformable bodies in three-dimensional Euclidean space under the action of forces. The aims of this lecture are to show (i) that the requirement that the motion occur naturally in the familiar Euclidean space is a source of severe analytical difficulties, i.e., three-dimensional geometry is intrinsically hard, (ii) how some of these difficulties can be overcome for relatively simple nonlinear problems, and (iii) that failure to respect the underlying geometry can lead to serious errors in the numerical treatment of the governing equations.

## 2 Conferencias Concurrentes (*Concurrent Presentations*)

Los resúmenes aparecen en orden alfabético de acuerdo al apellido del primer autor nombrado en el trabajo. (*The abstracts appear in alphabetical order according to the last name of the first listed author.*)

### The Treatment Of Missing Values And Its Effect On Classifier Accuracy

*Edgar Acuña and Caroline Rodriguez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 408*

*Sábado (Saturday): 3:15–3:40PM*

The presence of missing values in a dataset can affect the performance of a classifier constructed using that dataset as a training sample. Several methods have been proposed to treat missing data. The method most frequently used is case deletion of any instance containing at least one missing value in a feature. Experiments with twelve datasets were carried out to evaluate the effect of four methods for dealing with missing values on the misclassification error rate. These methods were: case deletion, mean imputation, median imputation and KNN imputation. The classifiers considered were the Linear Discriminant Analysis (LDA) and the KNN classifier. The



results of this experimentation will be discussed, as well as some general conclusions about the effect of the imputation methods on the misclassification error rate.

## **Estudio del Comportamiento de una Burbuja dentro del Proceso de Producción de Biodiesel Mediante Mezclado Ultrasónico**

*Carlos Beltrán y Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 339*

*Sábado (Saturday): 3:15–3:40PM*

El Biodiesel es una alternativa ambiental y renovable para alimentar motores diesel. En el proceso de su producción es necesario mezclar aceites y alcoholes, líquidos inmiscibles. El método de mezclado ultrasónico genera cavidades o burbujas que implotan (fenmeno durante el cual la velocidad de las paredes de la burbuja alcanza la velocidad del sonido) generando "jets" (chorros) locales que mezclan. Nos centraremos en el análisis de una burbuja que recibe un estímulo ultrasónico previendo encontrar una aproximación de la energía liberada por esta y su tiempo de vida, todo enmarcado dentro del fenómeno de implosión. Esto nos permitirá distinguir en términos de energía y tiempo de vida de la burbuja, las frecuencias, amplitud de presiones (que hacen parte del estímulo) y radios iniciales óptimos, es decir, que corresponden a implosiones mas violentas en tiempos cortos de vida de la burbuja.

## **Eficiencia y Análisis de Envolverte de Datos**

*Viviana Anllely Beltrán Ballesteros y Pedro Vásquez Urbano, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 339*

*Viernes (Friday): 5:00–5:25PM*

La eficiencia es un concepto económico, basado en la disponibilidad de recursos para fabricar una cantidad determinada de productos. Farell (1957) da un acercamiento cuantitativo al concepto de eficiencia. En sus estudios se propone una aproximación matemática para medir la eficiencia y la productividad, y además la tecnología de bachmarking relacionado con la medida de eficiencia.

En forma general, la eficiencia se puede medir usando métodos que utilicen técnicas de fronteras. Uno de los más conocidos, el análisis de envolventes de datos DEA, propuesto por Charles, Cooper y Rhodes (1978). DEA considera la eficiencia relativa como la razón entre la suma ponderada de inputs y la suma ponderada de output para diferentes DMUs homogéneos, basándose en programación lineal. Cuando tenemos

$m$  inputs y  $n$  outputs la formulación lineal es:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } \delta_j &= \sum_{r=1}^m v_r Y_{rj}, \\ \text{Sujeto a } \sum_{i=1}^n \rho_i X_{ij} &= 1, \\ \sum_{r=1}^m v_r Y_{rm} - \sum_{i=1}^n \rho_i X_{im} &\leq 0, \quad \forall m \in DMUs, \\ \xi &\leq v_r, \quad \forall r, \\ \xi &\leq \rho_i, \quad \forall i. \end{aligned}$$

donde  $j$  es el índice asociado al DMU,  $r$  es el índice asociado al output,  $i$  es el índice asociado al input,  $v_r$  es el peso asociado al output  $r$ ,  $\rho_i$  es el peso asociado al input  $i$ ,  $Y_{rj}$  la cantidad de output en el DMU  $j$ ,  $X_{ij}$  cantidad del input  $i$  en el DMU  $j$ .

En este trabajo se mostrará como se puede obtener un problema lineal a partir de un problema racional, desarrollando los principios básicos de DEA, basándonos en los trabajos publicados por el International Institute for Applied Systems Analysis IIASA.

## Parallel Algorithms for the Evaluation and Interpolation of Polynomials over Finite Fields

*Dorothy Bollman and Edusmildo Orozco, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 407*

*Sábado (Saturday): 11:15–11:40AM*

We discuss several efficient algorithms and their parallelization for polynomial evaluation and interpolation over finite fields and we discuss their application to the problem of reverse engineering genetic networks.

## A Sequence Algebra Related to $H^\infty$

*Gabriela Bulancea, Department of Mathematics and Physics, University of Puerto Rico at Cayey.*

*Salón (Room): MC 408*

*Viernes (Friday): 5:00–5:25PM*

We'll present results that concern the properties of the maximal ideal space of the algebra  $\tilde{\mathcal{A}}$ , the algebra of bounded sequences of functions belonging to the disc algebra

$\mathcal{A}$ . We will show that the structure of this maximal ideal space resembles the structure of the maximal ideal space of the algebra  $H^\infty$ . Given this parallelism, in our study we used the fibering of the maximal ideal space of  $\tilde{\mathcal{A}}$  and the properties of sequences of finite Blaschke products. In this manner, we obtained a description of the analytic structure of the maximal ideal space of  $\tilde{\mathcal{A}}$ .

## Un Modelo Para Olimpiadas De Matemáticas En Puerto Rico

*Luis F. Cáceres, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.  
Salón (Room): MC 408  
Sábado (Saturday): 11:45AM–12:10PM*

Puerto Rico ha participado desde hace varios años en competencias de matemáticas a nivel internacional, pero no existía una organización interna que permitiera darles oportunidad a todos los estudiantes de la Isla, ni se tenía un proceso de entrenamiento consistente. En los últimos tres años se ha desarrollado un modelo de olimpiadas Puertorriqueñas y un entrenamiento estructurado. Estos esfuerzos han rendido frutos inmediatos con el buen desempeño de los equipos de Puerto Rico en competencias internacionales. Se presentará la estructura del entrenamiento, incluyendo modelos de competencias, exámenes, entrenamientos y resultados.

## Separation in a category revisited

*Gabriele Castellini, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.  
Salón (Room): MC 344  
Sábado (Saturday): 3:15–3:40PM*

A general notion of  $T_1$  separation with respect to a closure operator is introduced in an arbitrary category  $\mathcal{X}$ . This gives rise to a Galois connection between closure operators on  $\mathcal{X}$  and subcategories of  $\mathcal{X}$ . The largest closure operator that has a given subcategory as  $T_1$  objects is identified.

This setup can be dualized to yield a notion of  $T_1$  coseparation.

The above concepts are studied and compared to the other notions of separation, coseparation, connectedness and disconnectedness. Examples are provided.

## From Energy to Entropy to Emergy

*Dennis G. Collins, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 343*

*Sábado (Saturday): 8:30–8:55AM*

This paper reviews the place of H. T. Odum's procedures in the study of ecosystems. It was known that since energy was conserved (1st law of thermodynamics), it would not be able to account for the tendency of things to run down, for which a second term "entropy" was coined. With the concept of entropy, the tendency to dissipation (2nd law of thermodynamics) could be squared with the fact that energy (or mass/energy via relativity theory) could not be destroyed. However since entropy or disorder always Increases in a closed system, it was also known it could not by itself account for emergent order properties, even through its negative, "information." The Scientist (with H. T. Odum) coined term "emergy" attempts to account for emergent order, which can increase even as overall entropy, in the form of waste heat, increases. Since the amount of waste heat goes up as one moves from left to right in an Odum network diagram, a tendency to maximum entropy generation is more or less built into the Odum procedure. At least the Odum procedure more or less squares with the principle of maximum entropy (for a closed system) or maximum entropy generation (for an open system away from equilibrium), and when I asked Odum if he agreed with the principle of maximum entropy, he said yes with some reservations. For example if one has a house in the winter one is Interested in minimizing the entropy generation by keeping doors closed, insulation and so on; however the overall entropy generation increases by having the house there at a higher temperature than the surroundings versus having only bare ground. A criticism of emergy is that it does not depend on temperature, whereas the entropy generated depends on heat energy divided by (absolute or Kelvin) temperature. This objection may to some extent be countered by the fact that most biology or life is restricted to a narrow temperature range, so that waste heat is roughly proportional to entropy generation. Maximum emergy, other proposed measures of emergent order, and their difficulties are also considered.

## Modelo de Simulación y Visualización del Proceso de Mezclado Ultrasónico para la Producción de Biodiesel

*Luis De La Torre y Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 339*

*Sábado (Saturday): 3:45–4:10PM*

El Biodiesel es una alternativa "ambiental" y renovable para alimentar motores diesel. En el proceso de producción de Biodiesel es necesario mezclar aceites y alcoholes (líquidos inmiscibles). Este proceso de producción necesita de métodos rápidos, efec-

tivos y económicos. Así, en la búsqueda de optimizar el proceso, se ha desarrollado un método alternativo de mezclado por medio de ultrasonido, el cual promete ser más rápido, eficiente y económico que métodos tradicionales. Este método genera cavidades o burbujas que implotan generando “jets” (chorros) locales que mezclan. Tomando como base el estudio de una burbuja que recibe un estímulo ultrasónico, podremos encontrar una aproximación de la energía liberada por esta y su tiempo de vida, y así tener un modelo para una burbuja. El modelo que proponemos se basa en un mapeo en el espacio  $\mathbb{R}^3$ , en el que cada punto es usado como referencia para la posible aparición de una cavidad y dependiendo de la localización y de la influencia de las demás burbujas se calcula una posible variación en el estímulo ultrasónico que esta recibirá, entonces se usa el modelo de una burbuja para obtener el tiempo de vida y la energía emitida por la cavidad, esto nos dará el momento y la cantidad de masa que hay que mover alrededor de esta. Desarrollaremos un modelo visual que nos permita ver con claridad lo que sucede durante el proceso de mezclado. De obtener un modelo que refleje la esencia del proceso, tendremos un laboratorio virtual en donde se pueden realizar simulaciones y hacer pruebas de diseño a un costo muy bajo. Esta promete ser una alternativa de diseño muy atractiva.

## **Pronósticos de SARS para la Ciudad de México**

*Guillermo Gómez Alcaraz, Facultad de Ciencias, UNAM.*

*Salón (Room): MC 407*

*Sábado (Saturday): 3:15–3:40PM*

El Síndrome Respiratorio Agudo y Severo (SARS) es una nueva enfermedad viral de reciente aparición con origen en China y que ya ha hecho su aparición en Norte América y Europa. Esta enfermedad se caracteriza por su alta velocidad de crecimiento y suficientemente alta mortalidad. Puede ocurrir que en una serie de países devengan situaciones peligrosas.

No está excluida la posibilidad de su introducción a México. Por ello es de actualidad pretender que sean construidos modelos matemáticos, que tengan como fin el pronóstico de las consecuencias que podría tener la introducción de tal infección.

Se plantean dos modelos: uno fenomenológico de la epidemia con un tiempo especial “tau”, que transcurre desde que se inicia la infección; y un segundo modelo que además incluye el tiempo calendario usual “t”.

Se deducen los resultados a partir de los modelos planteados para 3 escenarios hipotéticos de la aparición y diseminación del SARS en la Ciudad de México.

## **Infinite Series: A Preliminary Genetic Decomposition**

*Ana González-Ríos, Gladys DiCristina-Yumet, and Rafael Martínez-Planell, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 407*

*Viernes (Friday): 5:30–5:55PM*

In this talk a preliminary genetic decomposition for the concept of infinite series will be presented. The Action-Process-Object-Schema (APOS) theory (Asiala et al., 1996) is used to describe the development of students' cognitive constructions as they come to understand the concept of infinite series.

A very brief description of the research paradigm and the theoretical perspective used will be given, together with comments on related literature.

Data for this study consisted of extensive interviews to three different groups of students. One group consisted of advanced undergraduate students, other consisted of students who had just finished taking Calculus II, and the other group consisted of graduate students.

We will show how the analysis of the data suggests that the students tend to construct two distinct cognitive objects both of which they refer to as series.

We will present, based on the proposed genetic decomposition, pedagogical recommendations that will foster the development of the mental constructions necessary to help students achieve a good understanding of the concept.

The talk will end by considering the steps that will be taken to further the study.

## **On Average Running Time Of The Simplex Method For Solving Linear Programming Problems**

*Puhua Guan, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras.*

*Salón (Room): MC 403*

*Sábado (Saturday): 3:15–3:40PM*

We analyze average running time of the simplex method for solving linear programming problems by considering the paths on the regular graph defined by the solution polytope of the restraints of the problems. Sub quadratic bound is obtained, which reduces the gap between the currently known bounds and what has been observed.

## Generalizations of Ceva and Menelaus Theorems

*René A. Hernández Toledo, University of Puerto Rico at Cayey<sup>1</sup>.*

*Salón (Room): MC 408*

*Sábado (Saturday): 8:30–8:55AM*

Ceva and Menelaus theorems are part of the folklore of elementary geometry of the triangle. A cevian is a line that passes by a triangle vertex and a point on the opposite side (extended adequately, if necessary). Let  $A, B, C$  be the vertex of a triangle, and let  $X, Y$  and  $Z$  be points on the sides  $BC, CA$  and  $AB$  respectively. The Ceva's theorem says: *If the cevians  $AX, BY$  and  $CZ$  are concurrent, then*

$$\frac{AZ}{ZB} \frac{BX}{XC} \frac{CY}{YB} = 1,$$

*where in the formula  $PQ$  stands for the length of the segment  $PQ$ . Conversely, if the relation holds, then the cevians are parallel or they are concurrent.*

By its side, Menelaus theorem, using above notation, says: *The points  $X, Y, Z$  are collinear, iff,*

$$\frac{AZ}{BZ} \frac{BX}{CX} \frac{CY}{AY} = 1,$$

*where  $PQ$  means the directed distance from  $P$  to  $Q$ .*

Both theorems will be extended to  $n$ -dimensional generalizations of the triangle, in the context of affine geometry over any field.

## Dynamical Systems on $\mathbb{Z}_p^n$

*René A Hernández Toledo, University of Puerto Rico at Cayey<sup>2</sup>.*

*Salón (Room): MC 344*

*Sábado (Saturday): 2:45–3:10PM*

A Dynamical System (DS) is a pair  $(X, f)$  where  $X$  is a set and  $f$  is a map of  $X$  into itself. The objective of the exposition is to describe the dynamics of multiplication by some element on the ring  $\mathbb{Z}_p^n$  of integer module  $p$ , where  $p$  is a prime number. The results will show how to calculate the graph structure of such maps based on the known results for lower values of  $n$ .

---

<sup>1</sup>Currently on a visiting position at the University of Puerto Rico at Rio Piedras.

<sup>2</sup>Currently on a visiting position at the University of Puerto Rico at Rio Piedras.

## Periodic Solutions to Second Order Differential Equations in Banach spaces

Valentin Keyantuo, *Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras,*

*Carlos Lizama*, *Departamento de Matemáticas, Universidad de Santiago de Chile.*

*Salón (Room): MC 339*

*Sábado (Saturday): 11:45AM–12:10PM*

We use operator-valued Fourier multiplier theorems to study the second order differential equations in Banach spaces. We establish maximal regularity results in  $L^p$  and  $C^s$  for strong solutions of a complete second order equation. This equation has as a model a linearized version of a quasilinear wave equation with strong dissipation.

In addition to strong solutions, two types of mild solutions are considered. When the operator  $A$  involved is the generator of a strongly continuous cosine function, we give characterizations in terms of Fourier multipliers and spectral properties of the cosine function. The results obtained are applied to elliptic partial differential operators.

## How to catch the spectrum?

*Alan Krautstengl*, *Institute of Finance and Administration, Czech Republic.*

*Salón (Room): MC 403*

*Sábado (Saturday): 11:15–11:40AM*

Spectral estimates for square matrices play a key role in the study of computational techniques of numerical linear algebra. This talk discusses properties of classical and generalized Gerschgorin discs, ovals of Cassini and Brualdi lemniscates encompassing the matrix spectrum. The connection to the theory of directed graphs is established, the main inclusion theorems are presented and the questions of sharpness are addressed. The talk summarizes the findings of the past decade and introduces the open problems arising in the study of partitioned matrices where some of the standard tools and techniques are not available and thus some questions still remain to be answered.



## **Eficiencia de los Métodos de Imputación en los Puntos de Corte Obtenidos Mediante la Curva ROC y la Tasa de Error de Clasificación en un Modelo de Regresión Logística Múltiple**

*Víctor López Vázquez and Julio Quintana Díaz, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 403*

*Sábado (Saturday): 8:30–8:55AM*

Para este estudio se utilizan los historiales académicos de la población de estudiantes de nuevo ingreso entre 1995 y el 2003 del Recinto Universitario de Mayagüez de la Universidad de Puerto Rico y su nota en el primer curso de matemáticas. El propósito de este estudio es describir y comparar la eficiencia de diversos métodos de imputación en el poder de clasificación de un modelo de regresión logística. Variables como la nota en el primer curso de matemáticas en el R.U.M. de cada estudiante, su promedio de escuela superior, tipo de escuela de procedencia (pública o privada), índice de ingreso a la universidad y las puntuaciones de las diversas partes del Collage Board (Aptitud y Aprovechamiento) serán ajustadas con un modelo de regresión logística para clasificar los estudiantes que tendrán éxito o fracaso en su primer curso de matemáticas en el Recinto. Luego, con un mecanismo MCAR se generan datos faltantes en el conjunto de datos formando así diversos patrones de observaciones faltantes. Dependiendo del tipo de patrón de data faltante se utiliza un método de imputación donde, para cada uno de éstos, se ajusta nuevamente un modelo de regresión logística y por consiguiente se obtiene un punto de corte y una tasa de error. Luego se lleva a cabo una comparación en los puntos de corte obtenidos de la curva ROC y las respectivas tasas de error para medir la eficiencia de cada método de imputación.

## **On Order Restricted Inferences**

*Edgardo Lorenzo, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 343*

*Viernes (Friday): 5:30–5:55PM*

The objective of this presentation is to give an overview about the theory and applications of order Restricted Inferences (ORI). The main idea of ORI is, knowing that the function ( or functions) being estimated satisfies some specific order (or monotonic property), how can we use that information to obtain a "good" estimator (Estimation); or how can we verify that indeed that order restriction is satisfied (Testing).

In the univariate case, we consider two important biometric functions: the Mean Residual Life Function (MRLF) and the Hazard or Failure Rate Function (HRF). Classes of life distributions have been defined according to some monotonic properties of these functions. Namely, in terms of the MRLF we have the New Better than Used

in Expectation (NBUE) and the Decreasing Mean Residual Life (DMRL) class. For the Hazard or Failure Rate Function we consider the Increasing Failure Rate (IFR) class. We discuss some of the main results in terms of estimation and testing for those classes of life distributions.

For the bivariate case, we discuss the likelihood ratio, hazard rate and stochastic orderings. We focus our attention on applications of the hazard rate ordering in reliability and discuss the preservation of the hazard rate ordering under the formation of coherent systems.

## **An Optimization Algorithm for a Distributed-Loop Model of an Avian Urine Concentrating Mechanism**

*Mariano Marcano, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras,*

*Harold E. Layton, Department of Mathematics, Duke University,*

*Anita T. Layton, Department of Mathematics, University of North Carolina.*

*Salón (Room): MC 339*

*Viernes (Friday): 5:30–5:55PM*

A nonlinear optimization problem was formulated to estimate parameter sets that optimize a measure of concentrating mechanism efficiency (*viz.*, the ratio of the free-water absorption rate to the total NaCl active transport rate) in a multi-nephron mathematical model of a bird urine concentrating mechanism. In the model, a continuous, monotonically decreasing distribution of tubes was used to represent the loops of Henle, which reach to different levels along the medullary cone. To solve the optimization problem an implementation of a reduced-gradient algorithm was used in conjunction with Newton's method to solve the model equations. Using a base-case parameter set and parameter bounds suggested by physiologic experiments, the optimization algorithm identified a maximum-efficiency set of parameter values that increased efficiency by 40% above base-case efficiency; a minimum-efficiency set reduced efficiency by about 58%.

## **Mapping Ecological Variables in the Phosphorescent Bay**

*Daniel McGee, Alfredo SanJuan, and Juan Gonzalez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 407*

*Sábado (Saturday): 2:45–3:10PM*

The ecosystem of La Parguera in the Western Caribbean contains some of the richest and most varied tropical marine habitat in the Caribbean area. It is home to the Bioluminescent Bay of Puerto Rico, coral reefs, sea grass beds, and some of the most extensive mangrove bays and channels in the world. The diversity of marine fauna

associated with this unique area is well documented. Recently, changes have been observed in this tropical marine ecosystem indicating that more research is needed if we are to preserve this invaluable and unique ecosystem. In order to proceed with this research, systematic studies of ecosystem health indicators in this environment are needed. We are now 1 year into a NOAA project to perform such a study. There are two phases of the study. The first is to reduce the dimensionality of the variables measured. The second is to model the ecological well being of the parguera using this reduced set of variables. After 1 year, we are completing the part of the study dedicated to reducing the dimensionality of the system. We anticipate reducing the number of laboratory measurements by half. We will present an overview of the study and our results thus far associated with reducing the dimensionality.

## Aproximación de Primas de Reaseguro

*Yohanna Mesa Barrameda, Concordia University y Triple-S Inc.*

*Salón (Room): MC 408*

*Sábado (Saturday): 2:45–3:10PM*

Chaubey et al. (1998) han propuesto una nueva aproximación de pérdidas agregadas, la cual produce muy buenos resultados. A dicha aproximación le han dado el nombre de “Inverse Gaussian–Gamma Mixture” y como su nombre lo indica se basa en una distribución mixta entre la Gamma y la Inversa Gaussiana.

El objetivo principal de este proyecto es estudiar métodos de aproximación para calcular las primas de un contrato “stop loss” de reaseguros, incluyendo el propuesto basado en la aproximación mixta Gamma–Inversa Gaussiana.

## Códigos Cíclicos de Múltiples Raíces

*Leonardo Morales, Universidad de Puerto Rico en Ponce.*

*Salón (Room): MC 344*

*Sábado (Saturday): 11:45AM–12:10PM*

Los códigos correctores de errores fueron inventados para corregir errores que ocurren en canales de comunicación con distorsión. En la literatura, usualmente encontramos el uso de campos de Galois  $GF(p^m)$ , de característica prima  $p$ , como la estructura algebraica de preferencia. En muchos casos, se asume que el largo de código  $n$  es relativamente primo a la característica  $p$  del campo. Aún cuando esta estructura tiene una fácil manipulación algebraica, es difícil representar en una computadora. Recientemente, buenos códigos cuaternarios, i.e. códigos sobre  $\mathbb{Z}_4$ , han sido encontrados y han motivado al estudio de códigos sobre anillos. Actualmente, se está trabajando en encontrar una caracterización de estos códigos. En esta charla, presentaremos algunos resultados obtenidos considerando códigos sobre  $\mathbb{Z}_{p^m}$  para  $p$  primo y largo de código  $n = p^\delta \bar{n}$  donde  $p$  y  $\bar{n}$  son relativamente primos. En particular, presentaremos

un algoritmo para encontrar sus generadores.

## **Improvement of Ax–Katz’s and Moreno-Moreno’s Results**

*Oscar Moreno and Francis N. Castro, Department of Mathematics and Computer Science, University of Puerto Rico at Rio Piedras.*

*Salón (Room): MC 403*

*Sábado (Saturday): 11:45AM–12:10PM*

In this paper we introduce the  $p^m$ -weight degree of a polynomial and using techniques of Ax–Katz, Moreno-Moreno and Adolphson–Sperber, we improve results of Ax–Katz, Moreno-Moreno and Adolphson-Sperber. We apply our result of divisibility to the Waring’s problem and to the calculation of the covering radius of primitive codes with three zeros. We improve the divisibility of diagonal equations of the type  $a_1X_1^{d_1} + \dots + a_nX_n^{d_n}$  over finite field whenever  $d_i$  satisfies certain conditions. This improvement give cases where Ax–Katz’s, Moreno-Moreno’s and Wan’s results can be greatly improved.

## **El Efecto de Utilizar Representaciones Múltiples en un curso de precálculo**

*Edwin Morera González, Departamento de Matemática y Física, Universidad de Puerto Rico en Cayey.*

*Salón (Room): MC 407*

*Viernes (Friday): 5:00–5:25PM*

El propósito del estudio fue indagar sobre el efecto de experiencias de aprendizaje diseñadas con énfasis en representaciones múltiples, viabilizadas a través de la calculadora gráfica, sobre el aprovechamiento en los temas de funciones exponenciales y logarítmicas, y la actitud de los estudiantes universitarios del curso de precálculo. Los participantes fueron 65 estudiantes matriculados en cuatro secciones intactas del curso de precálculo II de la Universidad de Puerto Rico en Cayey. Este estudio utilizó un diseño cuasi-experimental.

Durante cuatro semanas, 1.5 horas adicionales a las tres del curso tradicional, los estudiantes del grupo experimental ( $n=34$ ) tomaron cuatro experiencias de aprendizaje que enfatizan las representaciones múltiples y sus conexiones. Este tiempo adicional se llamó laboratorio de matemáticas. Los estudiantes del grupo control ( $n = 31$ ) hicieron asignaciones y aclararon dudas en el laboratorio. Ambos grupos utilizaron la calculadora gráfica TI-83 PLUS para realizar los laboratorios.

Antes del tratamiento, se administró la Escala de Actitudes hacia las Matemáticas (EAM) a todos los participantes del estudio. Además, se obtuvieron los resultados de la Prueba de Aprovechamiento en Matemáticas que ofrece el College Board

(PAM), para obtener información sobre el aprovechamiento en matemática previo al tratamiento. No se encontraron diferencias estadísticamente significativas ( $\alpha = .05$ ) en la actitud y en el aprovechamiento previo en matemáticas entre los grupos.

Al terminar el tratamiento, el Segundo Examen Parcial Departamental y la EAM fueron administrados a los participantes. El análisis de covarianza ( $\alpha = .05$ ) mostró diferencias significativas en la actitud, en el aprovechamiento en los temas discutidos y en el aprovechamiento en la solución de problemas de aplicación a favor del grupo experimental. Concluimos que las experiencias de aprendizaje que enfatizan las representaciones múltiples mejoran el aprovechamiento y la actitud hacia las matemáticas de los estudiantes del curso de precálculo.

El estudio sugiere más investigación sobre el efecto del uso de la calculadora gráfica en el aprovechamiento. Aparentemente la sola presencia de la calculadora no mejora el aprovechamiento y sí el cómo ésta se integra al currículo.

## Generalized Gröbner Bases and Coding Theory

*Ed Mosteig, Department of Mathematics, Loyola Marymount University, Los Angeles.*

*Salón (Room): MC 344*

*Sábado (Saturday): 11:15–11:40AM*

Sakata generalized the Berlekemp–Massey algorithm for BCH and Reed-Solomon codes to the multivariate case. This method can be extended further to codes defined by finitely generated domains over a field that are endowed with a suitable valuation. The study of such valuations leads to a generalization of the theory of Gröbner bases, where term orders are replaced by valuations. The present work shows how to work with such valuations computationally. In addition, we discuss the relationship with coding theory and some of the open problems that have arisen.

## The Nonlinear Brachistochrone Problem with Friction

*Pablo V. Negrón–Marrero and Bárbara L. Santiago–Figuerola, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao.*

*Salón (Room): MC 339*

*Sábado (Saturday): 8:30–8:55AM*

The brachistochrone problem consists of finding the curve along which a bead of given mass falls under the influence of gravity in the minimum time. This problem was first posed by J. Bernoulli in 1796 and solved that same year by Newton, Leibniz, and the Bernoulli brothers John and James. In 1744 Euler solved a variation of the brachistochrone problem in which friction is included as a nonlinear function of the square of the speed of the bead. Although his solution was not explicit, it showed

that the curve of minimum descent is no longer a cycloid as in the problem without friction. Ashby, Brittin, Love, and Wyss (1975) and Lipp (1997) have considered variations of the problem in which friction is either a linear function or the absolute value, of the component of the force acting on the particle that is normal to the curve (including the term of the acceleration in the direction of the normal). In this paper we consider several generalizations of these problems. First we extend the result of Euler 1744 to the case in which friction is taken as a nonlinear function of the speed (not the square) of the bead;. Next we consider a problem in which the frictional force is a nonlinear function of the component of the force acting on the particle normal to the curve but not including the component of the acceleration in the direction of the normal. Finally we present some preliminary results for the problem in which the frictional force is a nonlinear function of the component of the force acting on the particle normal to the curve including the component of the acceleration in the direction of the normal.

## A Problem in Finite Dynamical Systems

*Edusmildo Orozco and Dorothy Bollman, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 407*

*Sábado (Saturday): 8:30–8:55AM*

We define a *finite dynamical system* to be an ordered pair  $(V, f)$  where  $V$  is a set of vectors over a finite field  $GF(p^n)$  and  $f : V \rightarrow V$ . Let  $f$  be a nonsingular linear transformation on  $V$ . Each such  $f$  partitions  $V$  into disjoint  $f$ -orbits. Similarly, any nonsingular linear transformation  $g$  that commutes with  $f$  partitions the set  $V_f$  of  $f$ -orbits into disjoint  $gf$ -orbits. The  $gf$ -orbit problem is the problem of determining for any given  $(V, f)$  a  $g$  that minimizes the number of  $gf$ -orbits. In previous work we have shown that a solution to this problem is needed in order to optimize the computational complexity of a prime edge length fast Fourier transform with linear symmetries.

In this presentation we give a solution to the  $gf$ -orbit problem for the three dimensional case.

## Bayesian Statistical Model Determination and Prediction: Bayes Factors, Posterior Model Probabilities and Applications to Bioinformatics and the Environment

*Luis Raúl Pericchi, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras.*

*Salón (Room): MC 408*

*Sábado (Saturday): 3:45-4:10PM*

A fundamental area of statistics, *model determination and prediction* (which includes model selection, model averaging and hypothesis testing), is one of the areas on which, arguably, Bayesian methods are most needed to improve the practice of statistics. In this area, Markov chain Monte Carlo methods allow the analysis of complex problems, and objective and Intrinsic Bayes Factors and Intrinsic Priors Theory (Berger and Pericchi (1996)) and further developments like EP-Priors (Pérez and Berger (2002)), enable model determination with objective priors. The conjunction of objective prior assumptions and powerful Monte Carlo algorithms, potentially enables Bayesian statistics to become more practical and realistic. However, the computational burden of Intrinsic Bayes Factors and Intrinsic and EP-priors for complex and realistic problems might be enormous. On the other hand, computational MCMC methods typically assume proper priors for all models, or “vague proper priors” which are potentially strongly biased.

We merge the theory with the computational methods, developing new approximations and computational schemes, and extend the theory, to make it available to the practitioner. Additional to the Objective Model Determination, there is the closely related problem of Consistent Prior Assessment across models, when there is a definite prior information for one of the models. In the Theory of Intrinsic Bayes Factors and EP-priors, there is fundamental formulae for *consistent propagation* of prior information across models which is explored as a practical rule for consistent prior assessment. Also, assessment of objective prior model weights, that tackles the problems of collinearity and ill conditioning of explanatory variables, is developed. Summaries of the evidence in favor of models and explanatory variables based in probabilities are put forward. Applications to multiple comparisons in Bioinformatics and Modelling of Extreme Weather are introduced.

## Kripke models of first-order theories

*Tomasz Połacik, University of Silesia, Katowice, Poland*<sup>3</sup>.

*Salón (Room): MC 344*

*Sábado (Saturday): 8:30–8:55AM*

A Kripke model of a first-order constructive theory can be viewed as a family of classical first-order structures ordered by the (weak) submodel relation. We consider a class of Kripke models with stronger conditions: the structures of our models are ordered by the partially-elementary submodel relation. In our main result we provide a characterization of such partially-elementary-extension Kripke models. As a consequence, we obtain an axiomatization of some natural classes of Kripke models of weak intuitionistic arithmetic and prove independence results for some intuitionistic theories.

## Optimización del proceso de producción de biodiesel usando mezclado ultrasónico

*Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 339*

*Sábado (Saturday): 2:45–3:10PM*

Se describirá el proceso de producción de biodiesel, usando la cavitación generada por mezclado ultrasónico. Discutiremos el comportamiento de una cavidad o burbuja en un líquido sujeto a ondas de presión variando a frecuencias ultrasónicas. Iremos del estudio de una burbuja radialmente simétrica, en condiciones ideales, gobernada por la ecuación Rayleigh–Plesset, a simular muchas burbujas en condiciones más reales usando heurísticas de interacción. El objetivo final de este proyecto es la construcción de un reactor virtual, en el cual se pueda entender cualitativa y cuantitativamente el proceso de mezclado, y con el cual se puedan tomar decisiones de diseño.

## Proyecto AlACiMa: Oportunidad para la investigación en el aprendizaje de ciencias y matemáticas

*Ana Helvia Quintero, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras.*

*Salón (Room): MC 408*

*Sábado (Saturday): 11:15–11:40AM*

El Proyecto Alianza para el Aprendizaje de Ciencias y Matemáticas (ALACiMa), dirigido por la Dra. Josefina Arce, es una Alianza de varias instituciones universitarias

---

<sup>3</sup>Currently visiting at University of Puerto Rico, Mayagüez.



con el Departamento de Educación dirigido a mejorar el aprendizaje en ciencias y matemáticas de los estudiantes pre-universitarios. El proyecto interesa desarrollar una base de investigación educativa que apoye el desarrollo de estrategias de enseñanza eficaces para fomentar el aprendizaje. Para lograr este propósito interesa apoyar la investigación en la acción de maestros en la sala de clase y proyectos colaborativos entre profesores universitarios, y entre profesores universitarios y maestros.

El mismo proyecto se está desarrollando en un proceso de investigación en la acción, donde la práctica no se ve sólo como un lugar donde aplicar los principios teóricos, sino también como generadora de teoría. De hecho, el proyecto tiene como uno de los focos de investigación el estudiar la efectividad del modelo de Desarrollo Profesional Auténtico, el cual está siendo conceptualizado y desarrollado en el Proyecto, para promover el aprendizaje del maestro y sus estudiantes.

En la presentación se describirá brevemente el Proyecto, se discutirán las líneas centrales de investigación que está promoviendo el mismo y el tipo de apoyo que recibirían los profesores y estudiantes graduados que se integren a una de estas áreas de investigación.

## **La Sistemodinámica y las Ecuaciones Diferenciales con Retardo**

*Elio Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Humacao.  
Salón (Room): MC 344  
Viernes (Friday): 5:30–5:55PM*

Las ecuaciones diferenciales con retardo (EDR) son modelos matemáticos para describir fenómenos dinámicos en donde hay un retardo entre causa y efecto. Las mismas son muy frecuentes en aplicaciones relacionadas a sistemas biológicos. Tradicionalmente, las soluciones de las EDR son solo consideradas en cursos avanzados (graduados) de ecuaciones diferenciales. En esta charla presentaremos la solución numérica de una EDR correspondiente a un modelo clásico de control fisiológico conocido como el modelo de Mackey-Glass. Para formular y resolver el problema utilizaremos el enfoque sistemodinámico y de esta manera presentaremos la aplicación de este a la didáctica de modelación matemática a nivel subgraduado. La sistemodinámica (system dynamics) fue desarrollada a comienzos de la década del 50 por Jay Forrester con el propósito de simular sistemas sociales. La misma se desarrolló a partir de una síntesis de la teoría de los servomecanismos (sistemas mecánicos con retroalimentación) y la teoría cibernética de Norbert Wiener.

## On Killing vector fields - generalization of previous results

*Krzysztof Rózga and Maider Marin, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 408*

*Viernes (Friday): 5:30–5:55PM*

A one parameter local group of isometries of Riemannian or more generally pseudo-Riemannian manifolds is generated by a Killing vector field which is subject to the commonly named Killing equations. A brief presentation of the well-known results on the existence of nontrivial Killing vector fields (i.e. nontrivial solutions of Killing equations) is provided. These results also suggest a method of constructing Killing vector fields. The method is applied to a class of pseudo-Riemannian structures that depends on two arbitrary holomorphic functions of one complex variable. Some constraints on these functions arise as a consequence of the existence of nontrivial Killing vector fields. The nature of these constraints and an explicit form of a Killing field are presented as the final result.

## Interleavers for Turbo Codes Constructed Using Dickson Polynomials

*Ivelisse Rubio, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao, Carlos J. Corrada-Bravo, Department of Computer Science, University of Puerto Rico at Río Piedras.*

*Salón (Room): MC 403*

*Sábado (Saturday): 2:45–3:10PM*

Interleavers play a fundamental role in the performance of turbo codes. The best known interleavers have been obtained using semi-random constructions. Although good performance can be obtained with this type of construction, it is bad for implementation as well as for performance analysis.

Two parameters that are normally associated to “good” turbo encoders are the spreading and the dispersion factors of the interleaver. Our simulation data suggest that another important property of an interleaver is the length of the cycles of the permutation and its relation to the cycle length of the convolutional code.

In this talk we present an algebraic construction for interleavers of length  $p^r$ , where  $p$  is any prime. This design uses permutations of the finite field  $\mathbf{F}_{p^r}$  obtained using Dickson polynomials to construct permutations of  $\mathbb{Z}_{p^r}$ . We characterize certain types of Dickson polynomials that produce permutations that decompose in cycles of the same length and hence construct interleavers with the desired cyclic decomposition. These interleavers do not have to be stored in memory and their performance is as good or better than random and other algebraic interleavers. A class of these polynomials have the additional advantage that they produce permutations that are

their own inverse and hence the same implementation used at encoding can be used at decoding.

## **De la investigación a la práctica: Dificultades de los niños con el concepto de área**

*Norberto R. Sanfiorenzo, Departamento de Educación, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras.*

*Salón (Room): MC 403*

*Viernes (Friday): 5:00–5:25PM*

En el campo de la Matemática Educativa, están debidamente fundamentadas las dificultades que tienen los estudiantes con el concepto de área. Las pruebas nacionales indican que los estudiantes tienen una pobre comprensión del tema. Esto indica que las estrategias tradicionales sobre la enseñanza de área no son efectivas. Desde el 1960, Piaget intentó descubrir algunas de las dificultades de los niños, especialmente con el tema de conservación de área. Estudios recientes de naturaleza cualitativa (Battista, Clements, Arnoff, Battista and Van Auken Borrow, 1999; Outhred and Mitchelmore, 2002) han extendido nuestra comprensión de dichas dificultades y sugieren nuevas estrategias para enseñar el concepto.

El problema con estos estudios es que contienen un vocabulario técnico que es difícil de entender. El lenguaje técnico utilizado por los investigadores es ajeno a la mayor parte de los maestros (Sowder, 2000). Por tal razón, Sowder recomendó que se mejorara la comunicación entre los investigadores y los maestros, mediante la publicación de artículos dirigidos a exponer la aplicación de los resultados al salón de clases.

La presentación incluirá un recuento sobre la evolución histórica del concepto de área, la importancia del tema, la ejecución de los estudiantes en pruebas nacionales, las investigaciones iniciales de Piaget sobre el concepto de área, las nuevas investigaciones cualitativas basadas en la teoría constructivista, sus implicaciones para los maestros de escuela elemental y, por último, incluiremos una serie de actividades para promover un aprendizaje significativo y profundo sobre el concepto de área.

## **Topological Euler Equations And Diffeomorphism Groups**

*Rudolf Schmid, Department of Mathematics, Emory University, Atlanta, GA.*

*Salón (Room): MC 339*

*Sábado (Saturday): 11:15–11:40AM*

Arnold showed in 1966 that the Euler equations for an incompressible, homogeneous fluid could be given a Hamiltonian description and in 1970 Ebin and Marsden proved that these classical Euler equations are equivalent to the geodesic equations on the infinite dimensional group of volume preserving diffeomorphisms of a compact man-

ifold, which allowed them to prove short time existence and uniqueness of solutions. We generalize this theorem to **open** manifolds for the topological Euler equations and the non-homogeneous Euler equations with a non-constant mass density. Here the divergence of the fluid flow (divergence free vector field) is not taken with respect to the Riemannian volume but an arbitrary  $n$ -form. The corresponding diffeomorphisms don't preserve the phase space volume but this arbitrary  $n$ -form and the topological Euler equations are geodesics on this diffeomorphism group. In this way we can apply these techniques to compressible and non-homogeneous fluids.

## Mesoelastic Deformation with Strain Singularities

*Lev Steinberg, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.  
Salón (Room): MC 407  
Sábado (Saturday): 3:45-4:10PM*

The talk will be about elastic deformations in materials with imperfections. Stress-strain relationships of these materials depend on the processing history and exhibit common behavior, including nonlinearity, hysteresis, etc. I will present our study on the continuous distribution of singularities in the strain field, which is described in terms of surface densities and fluxes. The new definition the mass mesodensity tensor and the constitutive relationships between the strain singularity current and the linear mesomomentum will be represented. Based on the modification of Peach-Koehler formula the new constitutive relation between the line mesostress tensor and the strain singularities density will be also described. These constitutive relationships allow us to model stresses in mesoelastic materials.

## An improvement toward a noncomputational proof for the Cut Number of the 5-Cube

*Lida Uribe and M. Reza Emamy-K., Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Río Piedras.  
Salón (Room): MC 407  
Sábado (Saturday): 11:45AM-12:10PM*

The cut number of the  $d$ -dimensional cube is the minimum number of hyperplanes in  $\mathbb{R}^d$  that cut, avoiding vertices, all the edges of the  $d$ -cube. The cut number problem, for the hypercubes of dimensions greater than 3, was posed by P. O'Neil more than thirty years ago. The problem has been raised by B. Grünbaum, V. Klee and M. Saks several times. Recently, Sohler and Ziegler have obtained a computational solution to the 5 dimensional case. To find a short and efficient proof for the 5-cube, independent of computer computations, is a challenging problem that remains to be open. Toward a noncomputational proof for the problem, via geometric approach, we improve the recent result obtained by the authors and I. C. Tomassini.

## Automatic Dimensional Analysis with Computer Algebra System Mathematica

*Alexander Urintsev, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 344*

*Viernes (Friday): 5:00–5:25PM*

Mathematica is one of the most powerful computer systems for doing symbolic and numerical computation with a computer. With its amazing capabilities, Mathematica opens new prospects for solving a broad range of problems in mathematics and physics.

The Mathematica package DiAna was designed and implemented by the author for making automatic and quick dimensional analysis for any problem in physics and engineering. The package, based on the fundamental principles of dimensional analysis formulated in a matrix form, and the broad capabilities provided by Mathematica 4.1. has been used to implement the method. A new version of the package makes use of three add-on packages of the Mathematica system: Miscellaneous‘Units‘, Miscellaneous‘SIUnits‘, and Miscellaneous‘PhysicalConstants‘. It allows us to consider the problems of dimensional analysis for which any units of measure known at present day are used as input data, and not only SI units. In addition, we can use a broad spectrum of known physical constants determined in the package Miscellaneous‘PhysicalConstants‘. This is why this new computational program, the DiAna package, might be very useful if we wish to solve real-world problems by means of dimensional analysis.

It is important to mention that new graphical capabilities of Mathematica 4.1 were widely used to greatly facilitate the input of data into the DiAna package special palettes have been created by the author to quickly and easily enter the dimensions of quantities involved in the phenomenon under consideration. In fact, the use of the created palettes allows us to eliminate any tedious and boring typing; now it is enough to find a dimension we need in the pre-built palette and then, using your mouse, simply click a proper item in the list to enter the dimension of the quantity. This simple graphical approach saves a lot of time and effort and eliminates possible mistakes in input data.

Some illustrative examples will be presented to demonstrate in real time how the method and the program can be used to solve several interesting problems of dimensional analysis.

## Ensamblaje de Clasificadores en Bases de Datos de Gran Tamaño

*Santiago Velasco Forero, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 343*

*Viernes (Friday): 5:00–5:25PM*

La idea de combinar por votación diversos clasificadores construidos a partir de variaciones en la muestra de entrenamiento ha sido implementada principalmente en Breiman (2001, 2002). Aquí se presenta el rendimiento de estos clasificadores en dos casos específicos: datos de microarreglos y datos en bases de partidas de ajedrez. En el primer caso se explora el rendimiento cuando el número de variables es mucho mayor al número de individuos, casos similares se exploran en Platt (2000). El segundo evalúa bases de datos de gran dimensión en diversos momentos en el tiempo, este tema fue anteriormente tratado en Velasco y Ortiz (2001).

## Propiedades de divisibilidad en anillos de polinomios sobre un UFD

*José A. Vélez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 403*

*Sábado (Saturday): 3:45–4:10PM*

Sea  $D$  un dominio entero que satisfaga alguna de las siguientes propiedades de divisibilidad de polinomios: propiedad de infinitos primos ( $IPP$ ), propiedad de grado de polinomios ( $DPP$ ), propiedad de evaluación de polinomios ( $EPP$ ) o propiedad fuerte de evaluación de polinomios ( $SEPP$ ). Si  $D$  es además un dominio de factorización única, se demuestra que  $D$  es un  $D$ -anillo; es más, se puede probar que cualquiera de las propiedades  $IPP$ ,  $DPP$ ,  $EPP$ ,  $SEPP$  y ser un  $D$ -anillo es equivalente. Esto permite simplificar algunos resultados conocidos y probar otros nuevos. Se dan ejemplos de anillos que satisfacen y otros que no satisfacen estas propiedades. En particular, se demuestra que el anillo de los enteros  $\mathbb{Z}$  es un  $D$ -anillo; el anillo  $\mathbb{Z}[W]$  con  $W := \{\frac{1}{p} : p \text{ primo en } \mathbb{Z} \text{ y } p \equiv 1 \pmod{4}\}$  no es un  $D$ -anillo y un dominio que no sea un cuerpo y que tenga Radical de Jacobson trivial, no puede ser un  $D$ -anillo.

## Classification of Maximal Tori in Semi-Simple Algebraic Groups

*Uroyoán R. Walker Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 344*

*Sábado (Saturday): 3:45–4:10PM*

We study conjugacy classes of maximal  $k$ -tori in semi-simple algebraic groups, giving explicit descriptions of these classes when working over fields of cohomological dimension less than two. In this talk we will discuss explicit examples of these classifications using mainly tools from Galois Cohomology.

## Incentivando la Redacción y el Análisis en las Clases de Matemáticas

*Uroyoán R. Walker Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 403*

*Viernes (Friday): 5:30–5:55PM*

Típicamente oímos profesores de todas las disciplinas quejarse de que sus estudiantes no saben redactar. A esto tenemos dos opciones: seguir quejándonos o hacer algo al respecto. El Colegio de Artes y Ciencias de la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez (CAS) ha comenzado un esfuerzo formal para enfatizar la Redacción en las Disciplinas. Como parte de este esfuerzo, profesores de los trece departamentos que componen el CAS (Biología, Ciencias Marinas, Ciencias Sociales, Educación Física, Economía, Enfermería, Estudios Hispánicos, Física, Geología, Humanidades, Inglés, Matemáticas y Química) han desarrollado y se encuentran desarrollando distintas iniciativas para incentivar la calidad de la redacción de sus estudiantes. De esta manera los estudiantes no solo aprenden a escribir sino que escriben para aprender. Se hablará acerca de las estrategias que se han desarrollado para las Matemáticas y se comentará acerca de los puntos a favor y en contra de implementar este tipo de iniciativa. Recuerden que no importa la disciplina que sigan nuestros estudiantes, la redacción será siempre parte de su vida profesional. Nos toca a nosotros poner nuestro granito de arena para enviarlos preparados al mundo real.

### 3 Afiches (*Posters*)

#### **Analysis of the Dispersion and Spreading Properties of Interleavers for Turbo Codes**

*Carlos Fernando Avenancio León, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao,*

*Advisor: Ivelisse Rubio, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

Error control codes are used to repair errors that occur during transmission on digital communications. Turbo codes are a very efficient kind of error control codes. These codes have an important component called the interleaver, which permutes the information symbols. Two important properties of an interleaver are the spreading and dispersion factors. Interleavers that are constructed randomly are good in practice, but they are hard to analyze a priori. Because of this there is a search for algebraic methods to construct interleavers with good dispersion and spreading. Our group has found permutations of certain finite fields, constructed using monomials, which produce Turbo Codes that have a good performance and we are analyzing their properties. On this poster we will present some of our results and conjectures about the properties of some permutation monomials. Our results include bounds on the dispersion of certain permutations and characterizations of monomials with good dispersion.

#### **Simulación del Proceso de Mezclado Ultrasónico para la Producción de Biodiesel**

*Carlos Beltrán y Luis De La Torre, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez,*

*Consejero: Arturo Portnoy, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

El Biodiesel es una alternativa "ambiental" y renovable para alimentar motores diesel. En el proceso de producción de Biodiesel es necesario mezclar aceites y alcoholes (líquidos inmiscibles). Este método genera cavidades o burbujas que implotan (fenómeno durante el cual la velocidad de las paredes de la burbuja alcanza la velocidad del sonido) generando "jets" (chorros) locales que mezclan. Nos concentraremos en el análisis de una burbuja que recibe un estímulo ultrasónico. Tomando como base este estudio podemos encontrar una aproximación de la energía liberada por una burbuja



y su tiempo de vida, y así tener un modelo para esta. Aplicaremos este modelo para estudiar muchas burbujas en condiciones reales. Finalmente se desarrolla un modelo visual que nos permita ver con claridad lo que sucede durante el proceso de mezclado.

## **Solute Flow in a Two-dimensional Channel with Water-permeable Walls**

*Anatoliy Chornyy, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras,*

*Advisor: Mariano Marcano Velázquez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

Existing mathematical models that describe water-ion exchange process in renal tubules have been formulated at two different levels of complexity. One approach describes physiological and morphological properties of the system, as a whole, in one-dimensional space variables. A typical model in this category describes the interaction of descending limb of Henle (DLH), ascending limb of Henle (ALH), ascending and descending vas recta (AVR and DVR, respectively), and collecting duct (CD) system. The other approach formulates one-dimensional mathematical models to describe the exchanging processes at the molecular level. In this work, we model a segment of a renal tubule (e.g., the upper part of the DLH) as a two-dimensional channel with rigid walls. We show that, in a renal tubule, the fluid flow can be described by the Stokes equations. Thus, the model consists of a Stokes system of equations coupled with a diffusion-advection equations for the solute with appropriate initial and boundary conditions. The solutions of the system describe dynamics of velocity of fluid flow and the distribution of solute concentration in the two-dimensional space.

## **Zig–Zag Product in Graphs and Tensor Product in Matrices: Expansions and Applications**

*Qi Guo, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras,*

*Advisor: Heeralal Janwa, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Rio Piedras.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

We consider the Zig–Zag graph product  $A$  and  $B$ , which was introduced in O. Reinhold, S.Vadhan and A.Wigderson (2000). When the vertices of a (small) graph  $B$  label the edges around each vertex of a (big) graph  $A$ , a larger graph  $A$  zig-zag  $B$  can be constructed, whose vertices are pairs  $\{(g, h) : g \in V(G), h \in V(H)\}$ , and adjacency is defined using the above labelling in a nontrivial way., The resulting graph inherits

(roughly) its size from the large one, its degree from the small one, and its expansion properties from both. By setting up Lagrange multipliers, we obtain better eigenvalue bound on the modified Zig-Zag graph product A and B. Furthermore, we give some proof of the tensor product on eigenvalue and characterize polynomial properties. And also, we give an explicit example of Zig-Zag graph construction and a program Zig-Zag(A,B,C) which generate the adjacency matrix of the Zig-Zag product given the adjacency matrix of graph A and graph B and the permutation matrix C.

## Simulación de la Distorsión Atmosférica en un Frente De Onda

*Julio César León Téllez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez,*

*Consejero: Gooransarab Haedeh, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Mayagüez.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

La atmósfera tiene una gran influencia en la calidad de las imágenes tomadas de un objeto astronómico. Esta es un fluido sometido a continuos ciclos de enfriamiento y calentamiento que lo hacen evolucionar dinámicamente y desarrollar movimientos turbulentos. La teoría de turbulencia de Kolmogorov es la más utilizada para caracterizar el fenómeno de la distorsión en la atmósfera. La función de estructura de fase del modelo de Kolmogorov es:

$$D_\psi(|(u, v)|) = \langle (\psi(u' + u, v' + v) - \psi(u, v))^2 \rangle = 6.88 \left( \frac{|(u, v)|}{\text{const}} \right)^{5/3},$$

donde  $\psi(u, v)$  representa la capa de fase bidimensional,  $|\cdot|$  denota norma euclidiana y  $\langle \cdot \rangle$  promedio. En este trabajo se utilizará la teoría de turbulencia de Kolmogorov para simular frentes de onda atmosféricamente distorsionados. Primero se hará una implementación para generar una matriz de covarianza con respecto a los puntos de una rejilla de dimensión finita la cual representa una abertura en la atmósfera. Después se usará la descomposición en autovalores para encontrar una base de autovectores y así generar una fase como combinación lineal de estos autovectores con coeficientes aleatorios. Para obtener una buena simulación la matriz de covarianza debe ser grande y para hacer la descomposición en autovalores en un tiempo razonable se hará una implementación en paralelo.

## Properties Of A Type Of Permutations Over Finite Fields

*Yara B. Luis and Luis O. Pérez, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao,*

*Advisor: Ivelisse Rubio, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Humacao.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

A permutation is an ordered arrangement of a set. A monomial  $x^i$  in  $F_q[x]$  gives a permutation of  $F_q$  if the function  $x^i:F_q \rightarrow F_q$ , is a bijection. Error control codes are used in digital communication systems to protect information from errors that might occur during transmission. Turbo encoders are very efficient codes with an important component called the interleaver which is a permutator. We have studied permutations of  $F_p = Z_p$ , where  $p$  is prime, given by monomials. Specifically we have studied properties associated with good interleavers, namely their cyclic decomposition, dispersion and spreading. We are now studying these properties for permutations of  $Z_q$  using a particular ordering of the elements in the field extension  $F_q$  of  $Z_p$ , for  $q = p^r$ . We have found permutations with very good dispersion and we are exploring their properties further in order to obtain good turbo encoders. In this poster we present the construction of the permutations using the ordering of  $F_q$  and some of our results on their properties.

## Thermodynamics in Sea–Ice

*Isha M. Renta López, Department of Mathematics, University of Puerto Rico at Mayagüez,*

*Consejero: Robert Grumbine, Marine Modeling and Analysis Branch, NWS, NOAA.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

The Environmental Modeling Center of the National Center of Environmental Prediction (NCEP) improves numerical weather, marine and climate predictions through a broad program of research in data assimilation and modeling. It also develops, improves and monitors data assimilation systems and models of the atmosphere, ocean and coupled system, using advanced methods developed internally as well as cooperatively. The Marine Modeling and Analysis Branch is part of the Environmental Modeling Center, which is responsible for the development of improved numerical weather and marine prediction modeling systems. It provides analysis and real-time forecast guidance (1-16 days) on marine meteorological, oceanographic, and cryospheric parameters over the global oceans and coastal areas of the US. Evaluate quality of retrievals of ocean surface data from satellite borne sensors, improve their quality as needed, and examine the impacts of the data on forecast models. Monitor performance of operational guidance products. Dr. Robert Grumbine developed a

sea-ice model which will be proved and verified to modify its accuracy. To do so the model was compared to observations and climatology. The areas of less correlation for year 2001 were during the summer. It is suspected that is the shortwave or longwave radiation. C programs were created to find the errors. There was found that the shortwave radiation has significant inaccuracies in the Baffin Bay area. Also the longwave radiation had higher values than what was expected but there were out of the poles. Those details will be analyzed in a near future. The model will be run with the improved values and will go through the same process.

## **Simulación y Visualización de la Navegación de las Abejas Utilizando OpenGL**

*Heriberto A. Tirado, Yetzenia Alicea, y Oliver Pérez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Humacao,*  
*Consejero: Elio Ramos, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Humacao.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

Hemos desarrollado una simulación del mecanismo de navegación de las abejas (*Apis mellifera*) utilizando OpenGL. La simulación consiste de una escena en 3D la cual incluye las abejas, el panal, y las fuentes de néctar (flores) en los alrededores. El comportamiento de las abejas esta basado en la presencia de abejas líderes y abejas seguidoras. La simulación comienza con una abeja líder que se desplaza aleatoriamente hasta encontrar una fuente de néctar. Esta abeja líder regresa al panal y les indica a las abejas seguidoras sobre la localización de la fuente de néctar. Utilizando esta información las abejas seguidoras se desplazan a la fuente de néctar encontrada. Presentaremos algunas escenas en OpenGL mostrando algunas etapas del proceso anteriormente descrito.

## **Un Modelo Matemático para Simular la Dispersión de Solutos en un Tubo Renal**

*Lourdes Vázquez Cruz, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras,*

*Consejero: Mariano Marcano Velázquez, Departamento de Matemáticas, Universidad de Puerto Rico en Río Piedras.*

*Salón (Room): MC 402*

*Viernes (Friday): 6:00–7:30PM*

Los modelos matemáticos existentes para simular el proceso de concentración de orina se han formulado en una dimensión espacial. Estos modelos suponen que la variación radial del soluto dentro de los tubos renales es tan pequeña que se puede ignorar.

Para sustentar esta suposición se ha aplicado la teoría de dispersión de Taylor. Ésta es la reducción de dispersión de soluto a lo largo del tubo debido a la interacción con la difusión y la variación radial del flujo. Esta teoría se ha probado para tubos cuyo radio es mucho más pequeño que su largo y sus paredes son impermeables y rígidas. Sin embargo las paredes de los tubos renales podrían ser permeables al agua y/o a los solutos. En esta investigación simulamos un segmento de un tubo renal como un canal en dos dimensiones espaciales. Suponemos que las paredes del tubo son impermeable al agua pero permeable al soluto, como ocurre en el segmento ascendente del haz de Henle. Para un soluto, el modelo consiste de una ecuación de difusión, transporte y reacción. Encontramos soluciones numéricas usando métodos de diferencias finitas con un método tripartita para aplicar la aproximación adecuada para cada operador de la ecuación modelo. Los resultados obtenidos sugieren que la teoría de dispersión de Taylor podría ser válida aun para tubos con paredes permeables al soluto.

#### **4 Sesión Especial para Maestros de Nivel Pre–Universitario: Investigación en la Sala de Clases** *(Special Session for Pre–College Teachers: Research in the Classroom)*

##### **Las funciones desde otro punto de vista**

*Noemí Borrero Sánchez, Escuela Superior Luis Muñoz Marín, Yauco, P.R.*  
*Salón (Room): MC 343*  
*Sábado (Saturday): 3:45–4:10PM*

El trabajo en el quehacer educativo durante años, le brinda al educador de matemáticas la oportunidad de observar como los estudiantes carecen del dominio del concepto función y como esa carencia les afecta en su desempeño académico. Este hecho real y otros factores han incrementado en la investigadora la inquietud de aportar al desarrollo del concepto función mediante la investigación acción en la sala de clases.

En este trabajo se investiga si el utilizar recortes de periódico y el trabajar con la actividad Funciones al azar tienen un efecto significativo en el desarrollo del concepto función en estudiantes de undécimo grado.

Entendiéndose que como el Departamento de Educación de Puerto Rico establece la relevancia del concepto función en sus documentos de estándares de excelencia (DE, 1996, 2000); que profesores universitarios se han dado a la tarea de crear programas electrónicos (Trespacios, Pérez-Quiñones, 1999) y cursos universitarios (Torres, 2001) con miras a reforzar la comprensión del concepto función; es sumamente importante que se investigue y se trabaje con estrategias educativas encaminadas a desarrollar dicho concepto.

En esta investigación se trabajó con dos grupos de estudiantes de Matemática Integrada II de la Escuela Superior Luis Muñoz Marín de Yauco, uno experimental y otro control. A los grupos se les administró una pre y post prueba y pasaron por el proceso de las actividades previamente descritas. En la presentación se informarán los hallazgos del estudio, entre los que se encuentra el alto por ciento de aceptación a las actividades y la sugerencia de los estudiantes a que se continúen trabajando las clases de esa manera.

## **El Uso de Actividades de Laboratorio en el Concepto Función**

*Analise Colón Berríos, Cayey, P.R.*

*Salón (Room): MC 343*

*Sábado (Saturday): 11:45AM-12:10PM*

Esta investigación es de tipo cuasi experimental realizada en un ambiente en el que el salón de clases se convierte en un laboratorio con dos grupos de 21 y 25 estudiantes del curso de Álgebra Intermedia, de grado 12 de la Escuela Superior Miguel Meléndez Muñoz de Cayey. El propósito era determinar cuán efectivo es el uso de actividades de laboratorio sobre el tema de funciones durante el proceso de enseñanza y aprendizaje en el curso de Álgebra Intermedia. Ambos grupos tomaron una Pre-prueba, el grupo experimental realizó las actividades de laboratorio mientras que el grupo control recibía la clase en la manera tradicional. Al finalizar cada actividad de laboratorio el alumno del grupo experimental completó un diario reflexivo sobre el tema estudiado en la actividad. Finalmente ambos grupos tomaron una Post-prueba.

A los estudiantes del grupo experimental se le presentaron diferentes maneras de representar una función a través de la información obtenida en los recortes del periódico sobre situaciones de la vida cotidiana y con un laboratorio sobre el tema, titulado Funciones al azar. La efectividad de este proyecto dependía de las actividades realizadas y del conocimiento adquirido por el alumno mientras aprendía a trabajar en grupo.

Entre los hallazgos se logró que los estudiantes pudieran definir del concepto función la variable independiente y variable dependiente y la relación entre ambas. El proceso llevado a cabo cambió el ambiente del salón de clases de uno pasivo receptivo a uno activo creativo, donde los estudiantes aprendieron matemáticas de una manera diferente y entretenida.

## **Comparar el uso de modelos tecnológicos y no tecnológicos en la visualización de medidas angulares**

*Ermer Oscar Díaz Vélez, Colegio De La Salle, Bayamón, P.R.*

*Salón (Room): MC 343*

*Sábado (Saturday): 2:45–3:10PM*

La investigación realizada pretende determinar como los estudiantes trabajan los conceptos y destrezas de trigonometría utilizando diferentes estrategias como lo son las actividades de laboratorio con modelos concretos y el uso de la computadora. La investigación fue realizada con estudiantes del undécimo grado que participarían directamente con el uso de las computadoras y el programa el GEOMETRA, y con una actividad no tecnológica llamada "Desde aquí ... hasta allá". Algunos hallazgos relevantes fueron la deficiencia en el manejo del transportador, la tensión creada por el uso de la computadora y una diferencia sustancial entre el uso de manipulativos y la computadora para la comprensión del concepto de medidas angulares.

## **Desarrollando el concepto Función mediante el uso del Razonamiento Inductivo**

*Raúl E. Marrero Luna, Escuela Superior Pablo Colón Berdecía, Barranquitas, PR.*

*Salón (Room): MC 343*

*Sábado (Saturday): 11:15–11:40AM*

En este trabajo se investiga el aprovechamiento de los estudiantes en el desarrollo del concepto función mediante el uso del razonamiento inductivo. Esta investigación se realizó con 42 estudiantes del curso de Nivel Avanzado, en la Escuela Superior Pablo Colón Berdecía de Barranquitas, bajo el Proyecto DELTA PI de la Universidad de Puerto Rico en Cayey.

Se utilizaron una serie de actividades, incluyendo experimentos de precálculo, la utilización del periódico entre otras fuentes, donde el estudiante tiene que definir, analizar, buscar y emitir juicio si dos variables que se relacionan representan o no una función. Entre los hallazgos se pudo constatar la efectividad del aprendizaje por descubrimiento y otros resultados interesantes.

## **Geometría a través del descubrimiento**

*María de L. Plaza Boscana, Escuela Superior Carmen Belén Veiga Juana Díaz, P.R.*

*Salón (Room): MC 343*

*Sábado (Saturday): 3:15–3:40PM*

El aprendizaje por descubrimiento es entendido como una actividad autorreguladora de la solución de problemas a través de la comprobación de hipótesis. En esta in-

investigación tengo como objetivo determinar la efectividad de actividades que promueven el aprendizaje por descubrimiento en la enseñanza de conceptos geométricos (específicamente el concepto de ángulos). Se seleccionó una muestra compuesta por dos grupos de décimo grado de la Escuela Carmen Belén Veiga en Juana Díaz con aprovechamiento académico diferente. A ambos grupos se le administró una preprueba y pasaron por la experiencia de realizar actividades creativas en las cuales se promovió el aprendizaje por descubrimiento de los siguientes conceptos: ángulos, bisectriz de ángulos, relación que existe entre ángulos formados por rectas paralelas y una o varias transversales, y la relación de sus medidas. Al finalizar el periodo de investigación, se le administró una posprueba a ambos grupos, obteniendo como resultado que ambos grupos mejoraron de forma significativa, esto al comparar los resultados de la preprueba con los de la posprueba. A los resultados obtenidos se le aplicó la Prueba T en donde se determinó que la hipótesis de la investigación resultó cierta. Concluyendo así que las actividades que promueven el aprendizaje por descubrimiento propiciaron un efectivo aprendizaje del concepto “ángulos” en ambos grupos.



## Índice de Presentadores

- Acuña, Edgar, 8  
Alicea, Yetzenia, 36  
Antman, Stuart S., 8  
Avenancio León, Carlos Fernando, 32
- Banchoff, Thomas, 7  
Beltrán Ballesteros, Viviana Anllely, 9  
Beltrán, Carlos, 9, 32  
Bollman, Dorothy, 10, 22  
Borrero Sánchez, Noemí, 37  
Bulancea, Gabriela, 10
- Cáceres, Luis F., 11  
Castellini, Gabriele, 11  
Castro, Francis, N., 20  
Chorny, Anatoliy, 33  
Colón Berríos, Analise, 38  
Collins, Dennis G., 12  
Corrada-Bravo, Carlos J., 26
- Díaz Vélez, Ermer Oscar, 39  
De La Torre, Luis, 12, 32  
DiCristina-Yumet, Gladys, 14
- Emamy-K., Reza M., 28
- Gómez Alcaraz, Guillermo, 13  
González-Ríos, Ana, 14  
Gonzalez, Juan, 18  
Green, Edward L., 7  
Grumbine, Robert, 35  
Guan, Puhua, 14
- Haedeh, Gooransarab, 34  
Hernández Toledo, René A., 15
- Janwa, Heeralal, 33
- Keyantuo, Valentin, 16  
Krautstengl, Alan, 16
- López Vázquez, Víctor, 17  
Layton, Anita T., 18  
Layton, Harold E., 18
- León Téllez, Julio César, 34  
Lizama, Carlos, 16  
Lorenzo, Edgardo, 17  
Luis, Yara B., 35
- Marcano, Mariano, 18, 33, 36  
Marin, Maider, 26  
Marrero Luna, Raúl E., 39  
Martínez-Planell, Rafael, 14  
McGee, Daniel, 18  
Mesa Barrameda, Yohanna, 19  
Morales, Leonardo, 19  
Moreno, Oscar, 20  
Morera González, Edwin, 20  
Mosteig, Ed, 21
- Negrón-Marrero, Pablo V., 21
- Orozco, Edusmildo, 10, 22
- Pérez, Luis O., 35  
Pérez, Oliver, 36  
Pericchi, Luis Raúl, 23  
Plaza Boscana, María de L., 39  
Portnoy, Arturo, 9, 12, 24, 32  
Polacik, Tomasz, 24
- Quintana Díaz, Julio, 17  
Quintero, Ana Helvia, 24  
Quo, Qi, 33
- Rózga, Krzysztof, 26  
Ramos, Elio, 25, 36  
Renta López, Isha M., 35  
Rodriguez, Caroline, 8  
Rubio, Ivelisse, 26, 32, 35
- Sanfiorenzo, Norberto R., 27  
SanJuan, Alfredo, 18  
Santiago-Figueroa, Bárbara L., 21  
Schmid, Rudolf, 27  
Steinberg, Lev, 28  
Sturmfels, Bernd, 7

Tirado, Heriberto A., 36

Uribe, Lida, 28

Urintsev, Alexander, 29

Vásquez Urbano, Pedro, 9

Vázquez Cruz, Lourdes, 36

Vélez, José A., 30

Velasco Forero, Santiago, 30

Walker Ramos, Uroyoán, 31